CONCURSUL NAŢIONAL DE MATEMATICĂ ,,LAURENŢIU PANAITOPOL"
TULCEA, 1 APRILIE 2017
SUBIECTELE
CLASA a 12-a

1. Calculaţi

$$\int_2^4 \frac{\sqrt{\ln(9-x)}}{\sqrt{\ln(9-x)}+\sqrt{\ln(x+3)}}\,\mathrm{d}x.$$

2. Fie M o mulţime dotată cu o lege de compoziţie asociativă „$\cdot$", având proprietăţile:
i) dacă $x, y, z \in M$ şi $xy = xz$ sau $yx = zx$, atunci $y = z$;
ii) pentru orice $x \in M$, mulţimea $\{x^n \mid n \in \mathbb{N}^*\}$ este finită.
Arătaţi că $(M, \cdot)$ este grup.

3. Determinaţi valoarea maximă a integralei $\displaystyle\int_0^y \sqrt{x^4 + (y - y^2)^2}dx$ pentru $0 \leqslant y \leqslant 1$.

4. Fie $(L, +, \cdot)$ un corp comutativ în care $1 + 1 \neq 0$. Arătaţi că soluţiile ecuaţiei $x^2 + y^2 = 1$, $x, y \in L$ sunt $(1, 0)$ şi perechile de forma $((r^2 - 1)(r^2 + 1)^{-1}, 2r(r^2 + 1)^{-1})$, unde $r \in L$, $r^2 \neq -1$.

Fiecare subiect se noteaza de la 0 la 7
Timp de lucru 3 ore